

王宏, 任志刚, 邢玛丽, 等. 基于观测的事件触发控制策略下随机多智能体系统一致性[J]. 广东工业大学学报, 2025, 42(4): 96–104. doi: 10.12052/gdutxb.240165.
Wang Hong, Ren Zhigang, Xing Mali, et al. Consensus of stochastic multi-agent systems via observer-based event-triggered control strategy[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2025, 42(4): 96–104. doi: 10.12052/gdutxb.240165.

基于观测的事件触发控制策略下 随机多智能体系统一致性

王宏^{1,2}, 任志刚^{1,3}, 邢玛丽¹, 张波^{1,2,4}

(1. 广东工业大学 自动化学院, 广东 广州 510006; 2. 广东工业大学 智能检测与制造物联网教育部重点实验室, 广东 广州 510006; 3. 广东工业大学 粤港澳离散制造智能化联合实验室, 广东 广州 510006; 4. 广东工业大学 智能系统与优化集成广东省重点实验室, 广东 广州 510006)

摘要: 现实生活中物体的准确状态可能无法实时获得, 利用观测值进行最优状态估计是有必要的。本文研究了基于观测的具有随机过程噪声和测量噪声的多智能体系统一致性。首先, 根据卡尔曼滤波理论可以获得每个智能体的最优状态估计, 并通过网络通信拓扑将该状态信息发送给相邻的智能体。然后, 在相同的时间间隔内, 为相邻节点定义一个新的事件触发测量误差函数, 该函数能在该触发时刻获得相邻节点的非触发状态。此外, 匹配相应的事件触发控制器, 能有效地降低控制器更新频率, 并得到多智能体系统均方一致性定理的判据。最后, 通过数值仿真验证本文提出的事件触发控制协议的有效性。

关键词: 随机多智能体系统; 卡尔曼滤波; 事件触发控制; 领导跟随一致性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1007-7162(2025)04-0096-09

Consensus of Stochastic Multi-agent Systems via Observer-based Event-triggered Control Strategy

Wang Hong^{1,2}, Ren Zhigang^{1,3}, Xing Mali¹, Zhang Bo^{1,2,4}

(1. School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 2. Key Laboratory of Intelligent Detection and Manufacturing IoT, Ministry of Education, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 3. Guangdong-Hong Kong-Macao Joint Laboratory for Smart Discrete Manufacturing, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 4. Guangdong Provincial Key Laboratory of Intelligent Systems and Optimization Integration, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: Due to the fact that the accurate state of object in real life may not be available in real-time, it is necessary to use observations for optimal state estimation. The consensus of Multi-Agent Systems (MASs) with stochastic process noise and measurement noise is investigated based on observations. Firstly, according to the theory of Kalman filtering, the optimal state estimation of each agent can be obtained and the state information is sent to adjacent agents through the network communication topology. Then, within the same time interval, a new event triggered measurement error function is defined for adjacent nodes, which can obtain the non-triggered state of adjacent nodes at that triggering moment. Additionally, a corresponding event-triggered controller is matched, effectively reducing the controller's update frequency, and the criterion for the mean square consensus theorem of the MASs is obtained. Finally, the effectiveness of the proposed event triggered control protocol is verified through numerical simulation.

Key words: stochastic multi-agent systems; Kalman filtering; event-triggered control; leader-following consensus

收稿日期: 2024-12-17 录用日期: 2025-03-19 网络首发日期: 2025-06-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62273101); 广东省自然科学基金资助项目(2021A1515011343, 2024A15155011768); 浙江工业大学控制技术国家重点实验室开放研究项目(1CT2024B43); 广州市科技计划项目(202201010251)

作者简介: 王宏(1998–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为随机多智能体系统一致性问题、事件触发控制, E-mail: wanghong202324@163.com

通信作者: 张波(1987–), 男, 副教授, 硕士生导师, 博士, 主要研究方向为随机系统的稳定性和控制、混沌系统的同步、多智能体系统的共识以及复杂动态网络的同步, E-mail: zhangbo2018@gdut.edu.cn

多智能体系统(Multi-agent Systems, MASs)由参与交互和协作的计算智能体组成,能应对现实世界中复杂而广泛的挑战^[1-2],在复杂网络^[3]、编队控制^[4-5]和移动机器人^[6]等多个领域得到广泛应用。一致性是MASs中的基本和关键问题之一。在文献^[7]中,考虑输入固定时滞,利用近似技术将时滞转化为无时滞的情况,简化控制器设计,并设计事件触发机制减少资源浪费。文献^[8]利用积分器设计积分滑模面,提出分布式滑模控制器代替分布式观测器将获得的信息进行反馈,解决了具有不确定非线性的领导-跟随高阶MASs有限时间内一致性问题。

目前,领导跟随一致性问题^[9-10]已成为更广泛的共识问题领域中的一个关键子领域,受到越来越多研究者的关注。前期相关研究^[11-12]的一个共同特征是利用所有智能体的连续时间通信作为状态反馈,然而,连续通信可能会导致带宽要求提高。如何在有限带宽通信环境下实现多智能体一致性是控制设计中的一个关键问题。与传统的连续控制协议相比,不连续控制协议具有降低通信成本的优势,引起众多研究者的研究兴趣,包括事件触发控制^[13-14]、间歇控制^[15-16]、脉冲控制^[17-18]和切换控制^[19]。其中,事件触发控制^[20-23]除了具有上述优势,还能降低控制器计算成本,受到了众多研究者的青睐。

在实际生活中,为了解决MASs中因设备存在潜在故障导致实际状态获取不准确的问题,可以采用观测值进行状态估计,提高反馈精度和系统可靠性。因此,利用观测值进行状态最优估计成为一种关键方法^[2,24-27]。文献^[2]针对通信故障导致MASs之间通信拓扑发生改变的问题,设计了一种可随机切换的通信拓扑,并结合传感器信息,利用卡尔曼滤波估计离散状态,促进协同定位。在文献^[25]中,考虑输入饱和和与时延问题,用基于观测器的自适应非线性控制解决跟踪问题。考虑到DOS攻击会导致通信故障,对比文献^[26]在攻击时将控制器设置为零,文献^[27]采用观测器估计自己状态并进行反馈,保证在攻击时间内与领导者状态不会相差太多,且在正常通信时切换控制,保证能跟踪领导者。

在实际应用中,各种扰动往往导致实际结果偏离预期结果。目前处理扰动有2种方法:一些研究者认为,扰动具有积极作用,并使用了噪声稳定系统^[28-30],而大多数研究者将扰动视为不利因素,考虑在扰动情况下如何实现多智能体一致性。文献^[22]考虑到外部干扰的情况,设计混合动态事件触发,并利用正则化技术消除干扰带来的影响,证明了带有噪声影响

的领导跟随一致性。文献^[31]利用强化学习对带有完全未知非线性漂移项的系统建模,并设计动态事件触发解决了静态事件触发机制存在的触发阈值问题。

在已公开的研究工作中,使用观测器估计状态时大多都未考虑过程噪声和测量噪声的影响。本文通过引入过程噪声和测量噪声,并采用卡尔曼滤波算法实现最优状态估计,解决了由于干扰引起状态估计不准确的问题。此外,在设计事件触发控制器时,发现文献^[20-23]存在以下问题:如图1所示,不同智能体的事件触发时间序列各不相同,即 $t_k^i \neq t_k^j$,可能存在智能体 j 触发了几次,而智能体 i 一次都不触发的情况。在定义触发时间的测量误差时,不同节点的测量误差对应的有效时间区域可能不同,如 $e_i(t) = x_i(t_k^i) - x_i(t)$ 中 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$,而 $e_j(t) = x_j(t_k^j) - x_j(t)$ 中 $t \in [t_k^j, t_{k+1}^j)$,因此文献^[20-23]中的 $e_i(t) - e_j(t)$ 可能无意义。从而导致第 i 个节点的控制器 $u_i(t)$ 的设计形式无法满足,最终无法得到系统的克罗内克积紧凑形式。为解决这个问题,定义了一个测量误差变量,并在同一时间间隔内,利用该误差变量重新设计事件触发控制器。

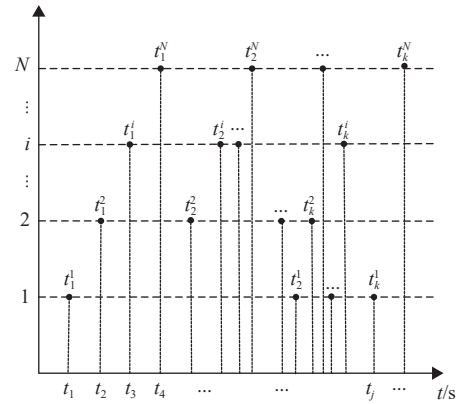


图1 所有智能体的事件触发时间序列

Fig.1 Event-triggered time sequence of all agents

基于上述分析,本文基于事件触发机制策略及卡尔曼滤波状态估计算法研究了具有随机干扰的MASs的一致性。本文的主要挑战是在控制器设计中使用新型测量误差 $\tilde{e}(t)$ 重新设计控制器,并给出合适的事件触发机制解决一致性问题。本文主要贡献如下:

(1) 本文研究了随机MASs的均方一致性。已有文献旨在基于真实状态实现系统一致性,但实际应用中不能总是实时获得真实状态值。因此,本文利用卡尔曼滤波状态估计的一致性,验证真实状态下的一致性。

(2) 本文定义一个新型测量误差,并以此为基础设计控制器。与文献^[20-23]相比,发现已定义的测量误差 $e_i(t) = x_i(t_k^i) - x_i(t)$ 时间区间为 $[t_k^i, t_{k+1}^i)$,因此 i 智能体的控制器用测量误差改写时, $e_j(t)$ 的测量误差不

应直接代入计算。然而,现有文献忽略了该问题。因此,本文重新定义一个测量误差 $e_j^i(t)$,并基于该误差设计控制器。

(3) 根据定义的新型测量误差设计相应的事件触发机制,并确定参数,以确保所提出的事件触发控制的有效性。

符号说明: $\mathbb{R}^n$ 表示 n 维列向量空间, $\mathbb{R}^{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 维矩阵空间集合。 $\|\cdot\|$ 表示矩阵的欧几里德范数; $F \otimes G$ 代表矩阵 F 和 G 的克罗内克积。 I_N 表示 N 阶单位矩阵。 A^T 表示矩阵 A 的转置。 $\lambda_m(A)$ 和 $\lambda_M(A)$ 分别表示矩阵 A 的最小和最大特征值。 $\text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ 表示 D 的度矩阵。 a 表示 a_{ij} 的最大值, $i \in 1, \dots, N$; $j \in 1, \dots, N$ 。对于矩阵 F , $F > 0$ (< 0)表示矩阵 F 正(负)定。 $\mathbb{E}[m]$ 表示变量 m 的数学期望。

1 模型构造与预备知识

1.1 图论

多智能体之间的通信可以用图论表示。 N 个智能体之间的无向通信拓扑图可用 $G = \{V, E, \bar{A}\}$ 表示,其中 V 表示 N 个智能体的集合,边集记为 $E \subseteq V \times V$ 。邻接矩阵 $\bar{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 代表网络中智能体之间的连通性。若 $(i, j) \in E$,则 $a_{ij} > 0$,表示智能体 i 能接收邻接节点 j 的信息;反之,若 $(i, j) \notin E$,则 $a_{ij} = 0$ 。 L 表示拉普拉斯矩阵,且 $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$,其中 $l_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$, $l_{ij} = -a_{ij}$ 。

领导跟随系统中的通信拓扑图表示为 $\tilde{G}$ 。领导者能够单向传递信息,但不能接收跟随者的信息。领导者的邻接矩阵表示为 $\bar{D} = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$, $d_i > 0$ 表示第 i 个智能体能接收领导者的信息,否则 $d_i = 0$ 。因此,领导跟随系统的拉普拉斯矩阵表示为 $H = L + \bar{D}$ 。

1.2 模型描述

考虑由1个领导者和 N 个跟随者构成的MASs。其中第 i 个跟随者的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) + \boldsymbol{\omega}_i(t) \\ \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y}_i(t) \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{R}^r$ 分别代表智能体 i 在 t 时刻的系统状态、观测值和控制器输入。 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ 是具有适当维数的系统参数矩阵。 $\boldsymbol{\omega}_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别表示过程噪声和测量噪声。假设这些噪声是相互独立的零均值高斯白噪声,即

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\omega}_i(t)\boldsymbol{\omega}_i^T(s)] = \mathbf{Q}_i\delta(t-s), \mathbb{E}[\mathbf{v}_i(t)\mathbf{v}_i^T(s)] = \mathbf{R}_i\delta(t-s)$$

式中: $\mathbf{Q}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 代表过程噪声的协方差矩阵,

$\mathbf{R}_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 代表观测噪声的协方差矩阵。

领导者的动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_0(t) + \boldsymbol{\omega}_0(t) \\ \mathbf{y}_0(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_0(t) + \mathbf{v}_0(t) \end{cases} \quad (2)$$

在MASs中,智能体通过与相邻节点的通信获取状态反馈,并逐步修正自身状态,从而达到系统一致性。然而,由于某些传感器的固有局限性,不能总是获得智能体的真实状态值。为了解决这个问题,一种典型的方法是利用观测值进行状态估计。本文介绍卡尔曼滤波算法,以实现高斯白噪声下多智能体的状态估计。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) + \mathbf{G}_i(t)(\mathbf{y}_i(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_i(t)) \\ \dot{\mathbf{P}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{P}_i(t) + \mathbf{P}_i(t)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_i(t) - \mathbf{G}_i(t)\mathbf{C}\mathbf{P}_i^T(t) \\ \mathbf{G}_i(t) = \mathbf{P}_i(t)\mathbf{C}^T\mathbf{R}_i^{-1}(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 代表 $\mathbf{x}_i(t)$ 的状态估计; $\mathbf{P}_i(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示第 i 个智能体估计误差的协方差矩阵; $\mathbf{G}_i(t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 表示卡尔曼增益。

1.3 定义、引理与假设

假设1 假设多智能体系统拓扑 $\tilde{G}$ 是一个有向通信结构,其中跟随者之间通过无向图进行通信,领导者与跟随者之间通过有向图进行通信。

假设2 系统矩阵对 $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ 和 $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ 分别是完全可控和可观的。

注释1 系统的可控性表示外部输入调节其状态的能力,而可观测性表示从测量输出判断内部动态的能力。实现所需性能的有效状态反馈控制器的设计依赖于可控性和可观测性。假设2是系统稳定性的充分条件。

定义1 如果满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E}\|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)\|^2 = 0$,则领导-跟随多智能体系统在有噪声的情况下能达到均方一致性。

引理1^[22] 对于任意给定的向量 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ 和矩阵 $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{n \times n}$,总是存在一个正数 ζ ,使得以下不等式成立

$$2\mathbf{x}^T\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T\mathbf{y} \leq \zeta\mathbf{x}^T\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T\mathbf{x} + \frac{1}{\zeta}\mathbf{y}^T\mathbf{Z}\mathbf{Z}^T\mathbf{y} \quad (4)$$

引理2(Algebraic Jensen's Inequality)^[32] 对于凸函数 $f(z) \in \mathbb{R}$ 和 $\forall z_i \in \mathbb{R}$, $w_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$,可以得到

$$f\left(\sum_{i=1}^n w_i z_i\right) \leq \sum_{i=1}^n w_i f(z_i) \quad (5)$$

2 主要结果

2.1 事件触发机制设计

利用卡尔曼滤波算法,每个智能体都可以通过观测值估计自己的状态。由于持续通信会造成通信成本增加和资源浪费,因此本文利用事件触发机制来更新控制器。从式(6)可知,在触发时刻 t_k^i ,智能体 i 的通道打开,此时 i 节点能获取相邻智能体 j 和领导者的状态信息,并将获得的估计状态用于反馈控制。控制协议为

$$\mathbf{u}_i(t) = \xi \mathbf{B}^T \left[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\hat{\mathbf{x}}_j(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)) + d_i (\hat{\mathbf{x}}_0(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)) - \hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i) \right], t \in [t_k^i, t_{k+1}^i) \quad (6)$$

式中: $\xi > 0$ 表示控制器增益。

智能体 i 的测量误差为

$$\mathbf{e}_i(t) = \hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_i(t), t \in [t_k^i, t_{k+1}^i) \quad (7)$$

在同一时间段 $[t_k^i, t_{k+1}^i)$ 中,邻接智能体 j 的测量误差定义为

$$\mathbf{e}_j^i(t) = \hat{\mathbf{x}}_j(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_j(t), t \in [t_k^i, t_{k+1}^i) \quad (8)$$

注释2 每个智能体都可以在通信过程中获得自己的状态信息并共享给其他智能体。对于不同的智能体,它们的事件触发时间序列是不同的,即 $t_k^i \neq t_k^j$ 。当 i 智能体的通道打开时,它获取相邻节点 j 的状态为 $\mathbf{x}_j(t_k^i)$,而不是 $\mathbf{x}_j(t_k^j)$ 。在用测量误差进行计算时, $\mathbf{x}_j(t_k^i)$ 不是 j 智能体的触发时刻状态 $\mathbf{x}_j(t_k^j)$,并且 $\mathbf{e}_i(t)$ 和 $\mathbf{e}_j(t)$ 这两个测量误差的有效时间区域 t 是不一样的。因此,引入一个新型变量 $\mathbf{e}_j^i(t)$ 来处理这种情况。

另外,定义下列元素

$$\begin{cases} \mathbf{e}_i(t) = \hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_i(t), & \mathbf{e}_j^i(t) = \hat{\mathbf{x}}_j(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_j(t) \\ \hat{\mathbf{e}}_i(t) = [\mathbf{e}_0^i(t), \mathbf{e}_1^i(t), \dots, \mathbf{e}_{i-1}^i(t), \mathbf{e}_i(t), \mathbf{e}_{i+1}^i(t), \dots, \\ \quad \mathbf{e}_N^i(t)]^T \\ \tilde{\mathbf{e}}(t) = [\hat{\mathbf{e}}_1^T(t), \dots, \hat{\mathbf{e}}_N^T(t)]^T \\ \delta_i(t) = \hat{\mathbf{x}}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_0(t) \\ \delta(t) = [\delta_1^T(t), \dots, \delta_N^T(t)]^T \\ \mathbf{u}(t) = [\mathbf{u}_1^T(t), \dots, \mathbf{u}_N^T(t)]^T \end{cases}$$

第 i 个智能体的事件触发时序 $\{t_k^i\}$ 可以表示为

$$t_{k+1}^i = \inf\{t > t_k^i : f_i(t) \geq 0\} \quad (9)$$

式中

$$f_i(t) = \|\psi_i(t)\|^2 - \varphi \|\rho_i(t)\|^2 \quad (10)$$

且

$$\begin{aligned} \rho_i(t) &= \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{\mathbf{x}}_j(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t)) + d_i (\hat{\mathbf{x}}_0(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t)) \\ \psi_i(t) &= \rho_i(t_k^i) - \rho_i(t) = \\ &\quad \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{\mathbf{x}}_j(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)) + d_i (\hat{\mathbf{x}}_0(t_k^i) - \hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)) \right) - \\ &\quad \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{\mathbf{x}}_j(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t)) + d_i (\hat{\mathbf{x}}_0(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t)) \right) \end{aligned}$$

注释3 根据式(8)的新型测量误差 $\mathbf{e}_j^i(t)$,不能直接使用相邻智能体之间的测量误差 $\mathbf{e}_i(t)$ 和 $\mathbf{e}_j(t)$ 作为事件触发的条件。因此,本文采用与控制器相关的累积误差 $\rho_i(t)$ 作为事件触发的条件。

2.2 一致性分析

记 $\delta_i(t)$ 为跟踪误差。结合式(7)和式(8),控制器(6)可用测量误差改写为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(t) &= \xi \mathbf{B}^T \left(\sum_{j=1}^N a_{ij} (\mathbf{e}_j^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + d_i (\mathbf{e}_0^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + \right. \\ &\quad \left. \sum_{j=1}^N a_{ij} (\delta_j(t) - \delta_i(t)) - d_i \delta_i(t) \right) \end{aligned} \quad (11)$$

紧凑形式记为

$$\mathbf{u}(t) = \xi (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}^T) (\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{e}}(t) - \xi (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}^T) \times (\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n) \delta(t)$$

式中: $\mathbf{M}_1 = \{d_1, -(\sum_{j=1}^N a_{1j} + d_1), a_{12}, \dots, a_{1N}\}$, $\mathbf{M}_i = \{d_i, a_{i1}, a_{i2}, \dots, -(\sum_{j=1}^N a_{ij} + d_i), \dots, a_{iN}\}$, 且 $\mathbf{M} = \text{diag}\{\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_N\}$ 。

注释4 文献[20-23]中的控制器将 i 节点的所有邻居节点的测量误差统一写成 $\mathbf{e}_j(t)$,并且利用克罗内克积得到系统的紧凑型为 $(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{e}(t)$ 。使用克罗内克积改写系统时, i 节点中 $\mathbf{e}_i(t)$ 的有效时间区域是 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, j 节点中 $\mathbf{e}_j(t)$ 的有效时间区域是 $t \in [t_k^j, t_{k+1}^j)$, t_k^i 所在时间区间可能提前于 t_k^j 的时间区间,控制器中 $\mathbf{e}_i(t) - \mathbf{e}_j(t)$ 可能存在于一个空白区域,导致控制器出现一段时间的漏控。因此本文区别了邻接节点 j 在 i 节点触发时刻 t_k^i 的测量误差函数 $\mathbf{e}_j^i(t)$,和邻接节点 j 在自己触发时刻 t_k^j 的测量误差 $\mathbf{e}_j(t)$,且基于该分析将紧凑型写为 $(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{e}}(t)$ 。

将式(11)的控制器代入到式(3)中,有

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_i(t) = & \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{G}_i(t)(\mathbf{y}_i(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_i(t)) + \xi \mathbf{B}\mathbf{B}^T \times \\ & \left[\sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{e}_j^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + d_i(\mathbf{e}_0^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^N a_{ij}(\delta_j(t) - \delta_i(t)) - d_i\delta_i(t) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

同理,领导者 $\dot{\hat{\mathbf{x}}}_0(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_0(t) + \mathbf{G}_0(t)(\mathbf{y}_0(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_0(t))$ 。
对跟踪误差 $\delta_i(t)$ 求导,得到

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i(t) = & \mathbf{A}\delta_i(t) + \mathbf{G}_i\mathbf{C}\mathbf{h}_i(t) - \mathbf{G}_0\mathbf{C}\mathbf{h}_0(t) + \mathbf{G}_i\mathbf{v}_i(t) - \\ & \mathbf{G}_0\mathbf{v}_0(t) + \xi \mathbf{B}\mathbf{B}^T \left[\sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{e}_j^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + \right. \\ & \left. d_i(\mathbf{e}_0^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + \sum_{j=1}^N a_{ij}(\delta_j(t) - \delta_i(t)) - d_i\delta_i(t) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

记 $\mathbf{h}_i(t) = \mathbf{x}_i(t) - \hat{\mathbf{x}}_i(t)$ 为观测误差。定义下列参数

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{h}}(t) = & (\mathbf{h}_0^T(t), \mathbf{h}_1^T(t), \dots, \mathbf{h}_N^T(t))^T \\ \tilde{\mathbf{v}}(t) = & (\mathbf{v}_0^T(t), \mathbf{v}_1^T(t), \mathbf{v}_2^T(t), \dots, \mathbf{v}_N^T(t))^T \\ \tilde{\omega}(t) = & (\omega_0^T(t), \omega_1^T(t), \omega_2^T(t), \dots, \omega_N^T(t))^T \\ \delta(t) = & (\delta_1^T(t), \delta_2^T(t), \dots, \delta_N^T(t))^T \\ \mathbf{U} = & \begin{bmatrix} -\mathbf{G}_0 & \mathbf{G}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\mathbf{G}_0 & 0 & \mathbf{G}_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ -\mathbf{G}_0 & 0 & \cdots & 0 & \mathbf{G}_N \end{bmatrix}_{(N \times N+1)} \end{aligned}$$

从第 i 个智能体的跟踪误差转换到整个系统的紧凑型,系统的一致性误差表示为

$$\begin{aligned} \dot{\delta}(t) = & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})\delta(t) + \mathbf{U}(\mathbf{I}_{N+1} \otimes \mathbf{C})\tilde{\mathbf{h}}(t) + \mathbf{U}\tilde{\mathbf{v}}(t) + \\ & \xi(\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{B}\mathbf{B}^T))(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}}(t) - \xi(\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{B}\mathbf{B}^T))(\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n)\delta(t) \end{aligned} \quad (14)$$

由式(9)的事件触发机制可知,当事件未触发时,有 $\|\psi_i(t)\|^2 \leq \varphi \|\rho_i(t)\|^2$,该不等式左侧由引理2可知

$$\begin{aligned} \left\| \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{e}_j^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + d_i(\mathbf{e}_0^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) \right) \right\|^2 \leq & \sum_{i=1}^N \|\psi_i(t)\|^2 = \\ \sum_{i=1}^N \left\| \sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathbf{e}_j^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) + d_i(\mathbf{e}_0^i(t) - \mathbf{e}_i(t)) \right\|^2 \end{aligned} \quad (15)$$

即

$$\|(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}}(t)\|^2 \leq \sum_{i=1}^N \|\psi_i(t)\|^2 \quad (16)$$

不等式右侧可表示为

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \|\rho_i(t)\|^2 \leq & 2 \sum_{i=1}^N \left\| \sum_{j=1}^N a_{ij}(\delta_j(t) - \delta_i(t)) \right\|^2 + \\ & 2 \sum_{i=1}^N \|d_i\delta_i(t)\|^2 \leq 8 \sum_{i=1}^N a^2 \|\delta_i(t)\|^2 + 2 \sum_{i=1}^N \|\delta_i(t)\|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

将式(16)和式(17)代入式(10)可得

$$\|(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}}(t)\|^2 \leq (8a^2 + 2)\varphi \sum_{i=1}^N \|\delta_i(t)\|^2 \quad (18)$$

定理1 若系统满足假设1和假设2,在控制器(6)和事件触发机制(10)作用下,满足条件

$$\xi > \frac{\lambda_M(\mathbf{H}^{-1})\lambda_M(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) + \nu\lambda_M^2(\mathbf{H}^{-1})}{2\lambda_m(\mathbf{B}\mathbf{B}^T) - \epsilon\lambda_M^2(\mathbf{B}\mathbf{B}^T) - \frac{1}{\epsilon}(8a^2 + 2)\phi}$$

则领导-跟随系统(1)能达到均方一致性。

证明 考虑跟踪误差 $\delta(t)$ 和观测误差 $\tilde{\mathbf{h}}(t)$,构建李雅普诺夫函数

$$V(t) = \delta^T(t)(\mathbf{H}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)\delta(t) + \tilde{\mathbf{h}}^T(t)(\mathbf{I}_{N+1} \otimes \mathbf{S})\tilde{\mathbf{h}}(t) \quad (19)$$

其中 $\mathbf{S}$ 是正定矩阵,对式(19)求导,且将控制器(11)代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \delta^T(t)(\mathbf{H}^{-1} \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{A}^T))\delta(t) + 2\delta^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^T) \times \\ & (\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}}(t) - 2\xi\delta^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^T)\delta(t) + \\ & 2\delta^T(t)(\mathbf{H}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{U}(\mathbf{I}_{N+1} \otimes \mathbf{C})\tilde{\mathbf{h}}(t) + \\ & \tilde{\mathbf{h}}^T(t)(\mathbf{I}_{N+1} \otimes (\mathbf{S}(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C}) + (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})^T\mathbf{S}))\tilde{\mathbf{h}}(t) + \\ & 2\tilde{\mathbf{h}}^T(t)(\mathbf{I}_{N+1} \otimes \mathbf{S})\tilde{\omega}(t) + 2\delta^T(t)(\mathbf{H}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{U}\tilde{\mathbf{v}}(t) - \\ & 2\tilde{\mathbf{h}}^T(t)(\mathbf{I}_{N+1} \otimes (\mathbf{S}\mathbf{G}))\tilde{\mathbf{v}}(t) \end{aligned} \quad (20)$$

根据引理1可知

$$\begin{aligned} 2\delta^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^T)(\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}}(t) \leq & \epsilon(\delta^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^T))(\delta^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}\mathbf{B}^T))^T + \\ & \frac{1}{\epsilon}((\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}}(t))^T((\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}}(t)) \end{aligned} \quad (21)$$

和

$$\begin{aligned} 2\delta^T(t)(\mathbf{H}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{U}(\mathbf{I}_{N+1} \otimes \mathbf{C})\tilde{\mathbf{h}}(t) \leq & \nu\delta^T(t)(\mathbf{H}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)(\mathbf{H}^{-1} \otimes \mathbf{I}_n)^T\delta(t) + \\ & \frac{1}{\nu}(\mathbf{U}(\mathbf{I}_{N+1} \otimes \mathbf{C})\tilde{\mathbf{h}}(t))^T(\mathbf{U}(\mathbf{I}_{N+1} \otimes \mathbf{C})\tilde{\mathbf{h}}(t)) \end{aligned}$$

将式(21)代入式(20),有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \delta^T(t)(\mathbf{H}^{-1} \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{A}^T))\delta(t) + \xi\delta^T(t) \times \\ & (\epsilon\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{B}\mathbf{B}^T\mathbf{B}\mathbf{B}^T) - 2\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{B}\mathbf{B}^T))\delta(t) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\epsilon} \xi \tilde{e}^T(t) (M \otimes I_n)^T (M \otimes I_n) \tilde{e}(t) + \\
& v \delta^T(t) ((H^{-1}(H^{-1}) \otimes I_n) \delta(t) + \frac{1}{v} \tilde{h}^T(t) \times \\
& (I_{N+1} \otimes C)^T U^T U (I_{N+1} \otimes C) \tilde{h}(t) + \tilde{h}^T(t) \times \\
& (I_{N+1} \otimes (S(A - GC) + (A - GC)^T S)) \tilde{h}(t) + \\
& 2\delta^T(t) (H^{-1} \otimes I_n) U \tilde{v}(t) + 2\tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes S) \times \\
& \tilde{\omega}(t) - 2\tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes (SG)) \tilde{v}(t) \quad (22)
\end{aligned}$$

由于过程噪声与测量噪声相互独立,因此其交叉项的期望为零,即

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}[\delta^T(t) (H^{-1} \otimes I_n) U \tilde{v}(t)] = 0 \\
& \mathbb{E}[\tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes (SG)) \tilde{v}(t)] = 0 \\
& \mathbb{E}[\tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes S) \tilde{\omega}(t)] = 0
\end{aligned}$$

对式(22)两侧同时取期望,可以得到

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}(\dot{V}(t)) \leq \mathbb{E}[\delta^T(t) (H^{-1} \otimes (A + A^T)) \delta(t) + \\
& \xi \delta^T(t) (\epsilon I_N \otimes (BB^T BB^T) - 2I_N \otimes (BB^T)) \delta(t) + \\
& \frac{1}{\epsilon} \xi \tilde{e}^T(t) (M \otimes I_n)^T (M \otimes I_n) \tilde{e}(t) + \\
& v \delta^T(t) ((H^{-1}(H^{-1})^T \otimes I_n) \delta(t) + \\
& \frac{1}{v} \tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes C^T) U^T U (I_{N+1} \otimes C) \tilde{h}(t) + \\
& \tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes (S(A - GC) + (A - GC)^T S)) \tilde{h}(t)] \quad (23)
\end{aligned}$$

利用特征值公式,能够推出

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}(\dot{V}(t)) \leq \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^N \delta_i^T(t) (\lambda_M(H^{-1}) \lambda_M(A + A^T) - \right. \\
& 2\xi \lambda_m(BB^T) + \xi \epsilon \lambda_M(BB^T BB^T) + v \lambda_M^2(H^{-1})) \delta_i(t) + \\
& \xi \frac{1}{\epsilon} \tilde{e}^T(t) (M^T \otimes I_n) (M \otimes I_n) \tilde{e}(t) \left. \right] + \\
& \mathbb{E} \left[\frac{1}{v} \tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes C^T) U^T U (I_{N+1} \otimes C) \tilde{h}(t) + \right. \\
& \left. \tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes (S(A - GC) + (A - GC)^T S)) \tilde{h}(t) \right] \quad (24)
\end{aligned}$$

将由事件触发机制推出的式(18)代入式(24),有

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}(\dot{V}(t)) \leq \mathbb{E} \left[\frac{1}{v} \tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes C^T) U^T U (I_{N+1} \otimes C) \tilde{h}(t) + \right. \\
& \left. \tilde{h}^T(t) (I_{N+1} \otimes (S(A - GC) + (A - GC)^T S)) \tilde{h}(t) \right] + \\
& \left[\lambda_M(H^{-1}) \lambda_M(A + A^T) + \xi \epsilon \lambda_M(BB^T BB^T) - \right. \\
& 2\xi \lambda_m(BB^T) + \xi \frac{1}{\epsilon} (8a^2 + 2)\phi + v \lambda_M^2(H^{-1}) \left. \right] \times \\
& \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^N \delta_i^T(t) \delta_i(t) \right] \quad (25)
\end{aligned}$$

因此,可以得到

$$\mathbb{E}(\dot{V}(t)) \leq \gamma \mathbb{E} \left(\sum_{i=1}^N \delta_i^T(t) \delta_i(t) \right) + \mathbb{E}(\tilde{h}^T(t) \Omega \tilde{h}(t)) \quad (26)$$

式中

$$\begin{aligned}
& \gamma = \lambda_M(H^{-1}) \lambda_M(A + A^T) + v \lambda_M^2(H^{-1}) - \\
& \xi (2\lambda_m(BB^T) - \epsilon \lambda_M^2(BB^T) - \frac{1}{\epsilon} (8a^2 + 2)\phi) \\
& \Omega = \frac{1}{v} (I_{N+1} \otimes C^T) U^T U (I_{N+1} \otimes C) + \\
& I_{N+1} \otimes (S(A - GC) + (A - GC)^T S)
\end{aligned}$$

当 $\gamma \leq 0$ 和 $\Omega \leq 0$ 时,则 $\mathbb{E}(\dot{V}(t)) \leq 0$,表明当 $t \rightarrow \infty$ 时,有 $\mathbb{E}[\|\hat{x}_i(t) - \hat{x}_0(t)\|^2] \rightarrow 0$ 。根据卡尔曼滤波理论,当 $t \rightarrow \infty$ 时有 $\hat{x}_i(t) \rightarrow x_i(t)$,即 $\mathbb{E}[\|x_i(t) - x_0(t)\|^2] \rightarrow 0$ 。也就是说,该系统在 $t \rightarrow \infty$ 时能达到均方一致性。

为了验证事件触发控制的可行性,必须确保能够消除芝诺行为,即实际的事件触发控制机制必须避免在有限时间内无限触发,这意味着相邻两次连续触发事件之间的时间间隔必须严格为正。假设当前触发时间为 t_k^i 。取测量误差 $\|e_i(t)\|$ 的导数,并取期望有

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E} \left(\frac{d}{dt} \|e_i(t)\| \right) \leq \mathbb{E} \|\dot{\hat{x}}_i(t)\| = \\
& \mathbb{E} \|-(A \hat{x}_i(t) + B u_i(t) + G_i C h_i(t) + G_i v_i(t))\| \leq \\
& \|A\| \mathbb{E} \|e_i(t)\| + \mathbb{E} \|A \hat{x}_i(t_k^i) - (B u_i(t) + G_i C h_i(t))\| \leq \\
& \|A\| \mathbb{E} \|e_i(t)\| + \beta_k^i \quad (27)
\end{aligned}$$

式中

$$\beta_k^i = \max_{t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)} \mathbb{E} \|A \hat{x}_i(t_k^i) - (B u_i(t) + G_i C h_i(t))\|$$

因此,可以得到

$$\mathbb{E} \|e_i(t)\| \leq \frac{\beta_k^i}{\|A\|} (e^{(t-t_k^i)} - 1) \quad (28)$$

令 $s_k^i = \varrho \mathbb{E} \|\hat{x}_i(t_k^i)\|$,可得

$$\mathbb{E} \|e_i(t_{k+1}^i)\| = s_k^i \leq \frac{\beta_k^i}{\|A\|} (e^{\|A\| (t_{k+1}^i - t_k^i)} - 1) \quad (29)$$

进而有 $t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{1}{\|A\|} \ln \left(\frac{\|A\| s_k^i}{\beta_k^i} + 1 \right)$ 。

接下来,考虑2种情况:第1种是 $\mathbb{E} \|\hat{x}_i(t_k^i)\| \neq 0$,可以得到 $s_k^i > 0$ 。因此

$$t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{1}{\|A\|} \ln \left(\frac{\|A\| s_k^i}{\beta_k^i} + 1 \right) > 0 \quad (30)$$

第2种情况是当 $k \rightarrow \infty$ 时, $\mathbb{E} \|\hat{x}_i(t_k^i)\| = 0$ 。这样,能够得到 $\mathbb{E} \|\hat{x}_i(t)\| = 0$,也意味着 $\mathbb{E} \|\dot{\hat{x}}_i(t)\| = 0$ 。当 $\mathbb{E} \|e_i(t)\| \leq \varrho \mathbb{E} \|\hat{x}_i(t_k^i)\|$ 和 $\|\hat{x}_i(t_k^i) - \hat{x}_i(t)\| \leq \|e_i(t)\|$ 时,很显然

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t)\| - \mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)\| - \varrho \mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)\|) \leq 0.$$

通过计算,可以得到

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)\|}{\mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t)\|} \geq \frac{1}{1+\varrho}, \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i) \quad (31)$$

考虑到 $\mathbb{E}(\hat{\mathbf{x}}_f(t_k^i))=0$ 和前面定义的 β_k^i ,式(32)成立。

$$\begin{aligned} \beta_k^i &\leq \max_{t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)} \mathbb{E} \|\mathbf{B} \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{G}_i \mathbf{C} \mathbf{h}_i(t)\| + \|\mathbf{A}\| \mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)\| = \\ &\mathbb{E} \|(\mathbf{A} - \mathbf{G}_i \mathbf{C}) \hat{\mathbf{x}}_i(t')\| + \|\mathbf{A}\| \mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)\| \end{aligned} \quad (32)$$

式中: $t' \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 。根据 s_k^i 的定义,可以得到

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{s_k^i}{\beta_k^i} &\geq \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\varrho \mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)\|}{\mathbb{E} \|(\mathbf{A} - \mathbf{G}_i \mathbf{C}) \hat{\mathbf{x}}_i(t')\| + \|\mathbf{A}\| \mathbb{E} \|\hat{\mathbf{x}}_i(t_k^i)\|} = \\ &\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\varrho}{\|\mathbf{A} - \mathbf{G}_i \mathbf{C}\| + \|\mathbf{A}\|(1+\varrho)} \end{aligned} \quad (33)$$

因此,有

$$\tau_k^i \triangleq \lim_{t \rightarrow \infty} (t_{k+1}^i - t_k^i) \geq \frac{1}{\|\mathbf{A}\|} \ln \left(\frac{\|\mathbf{A}\| s_k^i}{\beta_k^i} + 1 \right) > 0 \quad (34)$$

综上所述,在2种情况得到的相邻两次触发时间间隔 τ_k^i 均为正数,因此,本文提出的事件触发机制能有效地排除芝诺行为,证毕。

3 数值仿真

本节主要提供分布式控制的数值仿真,验证所提出的事件触发分布式控制器设计的准确性和有效性。该多智能体系统包括1个领导者和4个跟随者,目的是确保能达到领导跟随一致性。这5个智能体的动力学模型在式(1)和式(2)中进行了描述。

该多智能体系统通信拓扑结构如图2所示,且系统参数

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 \\ 0.1 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

由图2可知,领导跟随系统的拉普拉斯矩阵 $\mathbf{H}$ 可用 $\mathbf{L}$ 和 $\bar{\mathbf{D}}$ 表示

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{D}} = \text{diag}\{1, 0, 0, 1\}$$

根据定理1,可以得到 $\xi > 5.56$ 。为了便于计算,本文所有智能体的过程噪声和观测噪声之间的协方差均设为一样,即: $\mathbf{Q}_0(t) = \mathbf{Q}_1(t) = \mathbf{Q}_2(t) = \mathbf{Q}_3(t) = \mathbf{Q}_4(t) = \text{diag}\{10^{-2}, 10^{-2}\}$, $\mathbf{R}_0(t) = \mathbf{R}_1(t) = \mathbf{R}_2(t) = \mathbf{R}_3(t) = \mathbf{R}_4(t) = 3 \times 10^{-4}$,取 $\varphi = 0.002$ 。所有智能体的初始真实状态设为 $\mathbf{x}_0 = [2.1, -1.3]^T$, $\mathbf{x}_1 = [1.2, 0.6]^T$, $\mathbf{x}_2 = [0.5, 0.7]^T$, $\mathbf{x}_3 = [0.2, -0.1]^T$, $\mathbf{x}_4 = [-0.9, 0.8]^T$ 。初始估计状态设置为 $\hat{\mathbf{x}}_0 =$

$$[3, 2]^T, \hat{\mathbf{x}}_1 = [-5, 3]^T, \hat{\mathbf{x}}_2 = [7, -2]^T, \hat{\mathbf{x}}_3 = [-7, 1]^T, \hat{\mathbf{x}}_4 = [0, 0]^T.$$

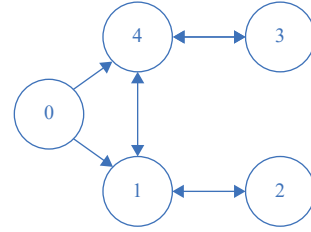


图2 多智能体系统拓扑图
Fig.2 The topology of MASs

仿真结果如图3~6所示。由仿真实验可知:跟随者的状态随着时间推移能渐近跟随领导者的状态。图3描述了在卡尔曼滤波作用下估计状态与真实状态之间的误差变化情况。结果表明,估计状态最终能趋近于真实状态。这表明控制器设计可以使用估计状态来代替真实状态。图4表明了跟随者和领导者之间的状态误差。图5表示控制器在触发条件下的更新过程。结果表明,使用估计状态设计的控制器仍然可以有效地控制系统。在图6中,分别表示4个跟随者之间通信的触发时刻。

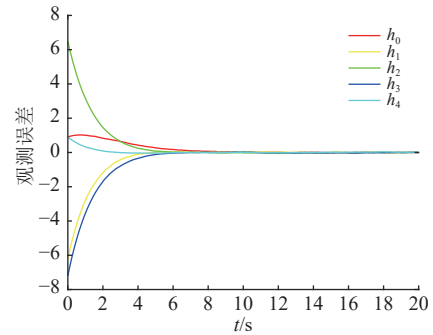


图3 MASs的观测误差
Fig.3 Estimation error of MASs

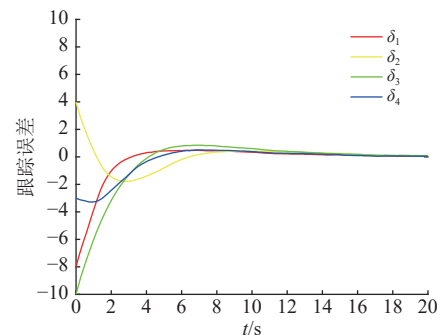


图4 MASs的跟踪误差
Fig.4 Tracking error of MASs

为了方便对比,对文献[33]的事件触发方案进行以下研究:以相同的系统、初始状态、通信拓扑和采样频率进行仿真。文献[33]的控制器更新频率如图7所示,事件触发时间如图8所示。表1分别表示文

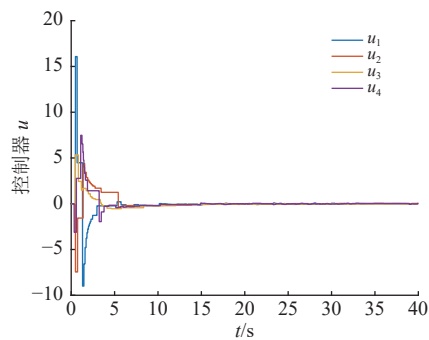


图 5 控制器更新频率
Fig.5 Controller update frequency

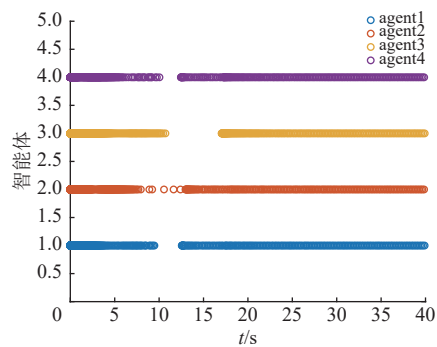


图 8 文献[33]中MASs的事件触发间隔
Fig.8 Event triggered interval of MASs in ref [33]

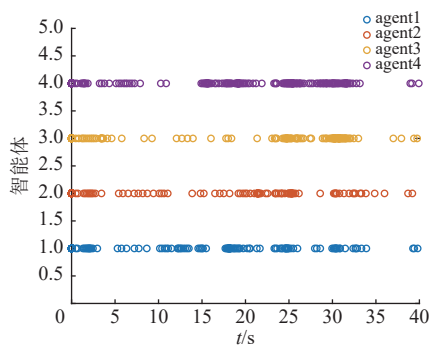


图 6 MASs的事件触发间隔
Fig.6 Event triggered interval of MASs

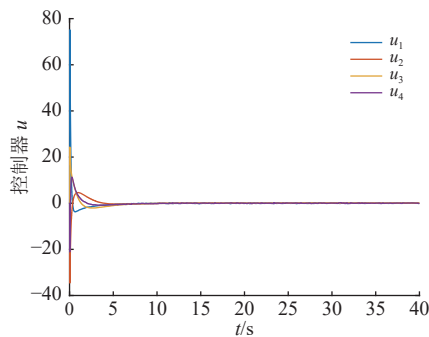


图 7 文献[33]中控制器更新频率
Fig.7 Controller update frequency in ref [33]

献[33]与本文2种触发方案的触发次数。通过对比图5和图7可以得知,本文的控制器峰值更低。通过对比图6和图8可以得知,本文的触发间隔更长,在相同的时间内的触发次数显著减少。这一结果表明,本文提出的事件触发方案能大幅度降低控制器更新,且保证系统的性能,降低系统的通信成本。

4 结论

本文研究了一种在无法准确获得真实状态,利用观测值进行最优状态估计,并利用事件触发机制来降低控制器更新的频率,最终达到领导跟随

表 1 2种触发通信次数对比
Table 1 Comparison of two triggered communication times

智能体	通信次数	
	文献[33]	本文
1	455	143
2	436	109
3	422	101
4	427	189

MASs一致性。定义一个新型误差函数,并以此设计控制器,利用累积误差设计事件触发机制,能有效地降低控制器更新的频率。最后,通过数值仿真验证了所提出的控制协议的有效性。

通过本文的研究结果可知,二阶多智能体系统中也存在同样的理论问题。未来的工作将主要集中结合实际问题,如时延和有限时间同步等,继续研究随机多智能体系统的一致性问题的。

参考文献:

[1] AMIRKHANI A, BARSHOOI A H. Consensus in multi-agent systems: a review[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2022, 55(5): 3897-3935.

[2] TASOOJI T K, MARQUEZ H J. Event-triggered consensus control for multirobot systems with cooperative localization [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 70(6): 5982-5993.

[3] LU W, LIU X, CHEN T. Adaptive algorithms for synchronization, consensus of multi-agents and anti-synchronization of direct complex networks[J]. *Neurocomputing*, 2020, 414: 365-370.

[4] LIU Y, LIU J, HE Z, *et al.* A survey of multi-agent systems on distributed formation control[J]. *Unmanned Systems*, 2024, 12(5): 913-926.

[5] ZAMANI H, KHANDANI K, MAJD V J. Fixed-time sliding-mode distributed consensus and formation control of disturbed fractional-order multi-agent systems[J]. *ISA Transactions*, 2023, 138: 37-48.

[6] WANG C, JI J, MIAO Z, *et al.* Udwadia-Kalaba approach based distributed consensus control for multi-mobile robot

- systems with communication delays[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(14): 7283-7306.
- [7] Yu X, Wang G, Jia L, *et al.* Event-triggered practical fixed-time containment control for stochastic multi-agent systems with input delay[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2024, 32(5): 2762-2774.
- [8] LI G, WANG X, LI S. Finite-time consensus algorithms of leader-follower higher-order multi-agent systems with uncertain nonlinearities[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(16): 11939-11952.
- [9] ZHANG W, HUANG Q, ALHUDHAIF A. Event-triggered fixed-time bipartite consensus for nonlinear disturbed multi-agent systems with leader-follower and leaderless controller[J]. *Information Sciences*, 2024, 662: 120243.
- [10] ZHANG Z H, PENG S G, LIU D R, *et al.* Leader-following mean-square consensus of stochastic multiagent systems with ROUs and RONs via distributed event-triggered impulsive control[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 52(3): 1836-1849.
- [11] SONG Q, LIU F, CAO J D, *et al.* M-matrix strategies for pinning-controlled leader-following consensus in multiagent systems with nonlinear dynamics[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2012, 43(6): 1688-1697.
- [12] WEN G H, DUAN Z S, YU W W, *et al.* Consensus of multi-agent systems with nonlinear dynamics and sampled-data information: a delayed-input approach[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23(6): 602-619.
- [13] NOWZARI C, GARCIA E, CORTS J. Event-triggered communication and control of networked systems for multi-agent consensus[J]. *Automatica*, 2019, 105: 1-27.
- [14] ZHANG L C, SUN Y H, LI H Y, *et al.* Event-triggered fault detection for nonlinear semi-markov jump systems based on double asynchronous filtering approach[J]. *Automatica*, 2022, 138: 110144.
- [15] SUN J, WANG Z S. Consensus of multi-agent systems with intermittent communications via sampling time unit approach[J]. *Neurocomputing*, 2020, 397: 149-159.
- [16] WANG B Y, ZHANG Y J, WEI M. Fixed-time leader-following consensus of multi-agent systems with intermittent control[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2023, 438: 127524.
- [17] 胡然, 彭世国. 基于脉冲观测器的多智能体系统的领导跟随一致性[J]. *广东工业大学学报*, 2023, 40(5): 88-93.
HU R, PENG S G. Impulsive observer-based leader-following consensus for multi-agent systems[J]. *Journal of Guangdong University of Technology*, 2023, 40(5): 88-93.
- [18] 谷志华, 彭世国, 黄昱嘉, 等. 基于事件触发脉冲控制的具有ROUs和RONs的非线性多智能体系统的领导跟随一致性研究[J]. *广东工业大学学报*, 2023, 40(1): 50-55.
GU Z H, PENG S G, HUANG Y J, *et al.* Leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems with ROUs and RONs via event-triggered impulsive control[J]. *Journal of Guangdong University of Technology*, 2023, 40(1): 50-55.
- [19] WANG J, ZHANG H, WANG Z, *et al.* Event-triggered leader-following consensus control of nonlinear multiagent systems with generally uncertain markovian switching topologies[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2024, 54(8): 4942-4954.
- [20] YU Z J, ZHANG W H. Almost sure consensus of stochastic nonlinear multi-agent systems via event-triggered control[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2023, 111(4): 3469-3478.
- [21] WANG Z F, GAO Y B, LIU Y F, *et al.* Distributed dynamic event-triggered communication and control for multi-agent consensus: a hybrid system approach[J]. *Information Sciences*, 2022, 618: 191-208.
- [22] PANG D H, GUO Y C, CAO J D, *et al.* Hybrid dynamic event-triggered leader-following consensus for multi-agent systems with external disturbances[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, 361: 106778.
- [23] ABBASI M, MARQUEZ H J. Observer-based event-triggered consensus control of multi-agent systems with time-varying communication delays[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2023, 21: 6336-6346.
- [24] LUO Y P, XIAO X, CAO J D, *et al.* Event-triggered guaranteed cost consensus control for second-order multi-agent systems based on observers[J]. *Information Sciences*, 2021, 546: 283-297.
- [25] XIAO W B, CAO L, LI H Y, *et al.* Observer-based adaptive consensus control for nonlinear multi-agent systems with time-delay[J]. *Science China Information Sciences*, 2020, 63: 1-17.
- [26] LIU J, YIN T, YUE D, *et al.* Event-based secure leader-following consensus control for multiagent systems with multiple cyber attacks[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 51(1): 162-173.
- [27] REN C E, LI R. Switched observer-based dynamic event-triggered consensus of multi-agent systems under DOS attacks[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2023, 360(6): 4331-4353.
- [28] ZHANG B, LIM C C, SHI P, *et al.* Stabilization of a class of nonlinear systems with random disturbance via intermittent stochastic noise[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 65: 1318-1324.
- [29] ZHANG B, CAI L Y, DENG F Q, *et al.* Consensus of multi-agent systems via aperiodically intermittent sampling stochastic noise[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2023, 71: 1311-1323.
- [30] LUO K Q, ZHANG B, MENG W. Formation control of second-order multiagent system via stochastic control input[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, 20: 5550-5561.
- [31] XU Y, LI K, LI Y. Dynamic event-triggered fuzzy optimal consensus control for stochastic multi-agent systems under switching topology[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2024, 32(12): 6904-6916.
- [32] FUJII M, HOT J M. Recent developments of mond-pecaric method in operator inequalities[J]. *Monographs in Inequalities*, 2012, 4: 33-34.
- [33] LI L, LI Z, XIA Y, *et al.* Event-triggered bounded consensus for stochastic multi-agent systems with communication delay[J]. *International Journal of Control*, 2022, 95(9): 2531-2542.

(责任编辑: 张玮欣 英文审核: 熊荣斌)